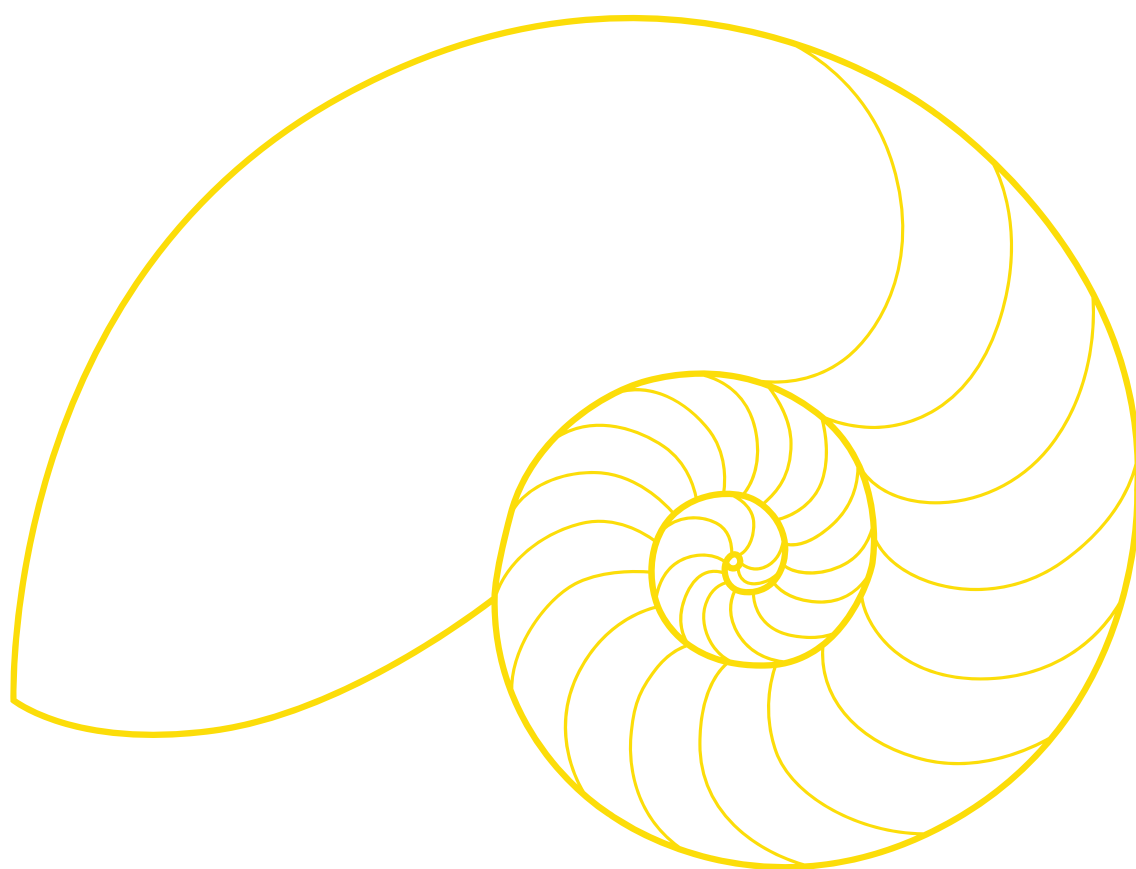


Aprendamos Matemáticas



Aritmética

Máximo Común Divisor

Índice

Tema

1

MCD. Método 1

7

Método 1. Conjunto de divisores7

Ejemplos7

Ejercicios8

Tema

2

MCD. Método 2

9

Método 2. Factores primos9

Ejemplos9

Ejercicios10

Tema

3

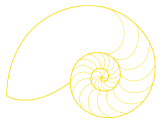
MCD. Situaciones Problema

11

Problemas de aplicación 11

Ejemplos 11

Ejercicios12



Máximo Común Divisor

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de dichos números.

Si a , b y c son números naturales, el máximo común divisor de a , b , c se simboliza:

$$mcd(a, b, c)$$

Existen dos métodos para hallar el máximo común divisor de dos o más números:

1. Utilizando los conjuntos de divisores.
2. Descomponiendo los números en factores primos.

Recuerda que dos números a y b son primos relativos si

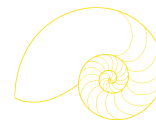
$$mcd(a, b) = 1$$



Video



<https://youtu.be/L0QEdjdzMOA>



Método 1. Conjunto de divisores

Para hallar el máximo común divisor, con los conjuntos de divisores, se realizan los siguientes pasos:

1. Se hallan todos los divisores de cada número.
2. Se buscan los divisores comunes de los conjuntos de divisores.
3. Se busca el mayor de los divisores comunes. Este es el máximo común divisor.



Ejemplos

1. Hallar $mcd(18,24)$

Se hallan todos los divisores de cada número.

$$D_{18} = \{1,2,3,6,9,18\}$$

$$D_{24} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$$

Se buscan los divisores comunes de los conjuntos de divisores.

$$D_{18} = \{1,2,3,6,9,18\}$$

$$D_{24} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$$

Es decir que los divisores de ambos números son:

$$D_{18,24} = \{1,2,3,6\}$$

Se busca el mayor de los divisores comunes. En este caso corresponde al 6. Por lo tanto:

$$\mathbf{mcd(18, 24) = 6}$$

2. Hallar $mcd(60,100,120)$

Se hallan todos los divisores de cada número.

$$D_{60} = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$$

$$D_{100} = \{1,2,4,5,10,20,25,50,100\}$$

$$D_{120} = \{1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120\}$$

Se buscan los divisores comunes de los conjuntos de divisores.

$$D_{60} = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$$

$$D_{100} = \{1,2,4,5,10,20,25,50,100\}$$

$$D_{120} = \{1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120\}$$

Es decir que los divisores de ambos números son:

$$D_{60,100,120} = \{1,2,4,5,10,20\}$$

Se busca el mayor de los divisores comunes. En este caso corresponde al 6. Por lo tanto:

$$\mathbf{mcd(60, 100, 120) = 20}$$

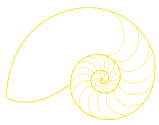


Videos Explicativos

Puedes ver la explicación de estos ejemplos en:

https://youtu.be/KivIUuO_j0Q





Ejercicios

Resuelva usando el conjunto de divisores de cada número:

$$\text{mcd}(15,30)$$

$$\text{mcd}(8,12)$$

$$\text{mcd}(9,18)$$

$$\text{mcd}(16,20)$$

$$\text{mcd}(18,24)$$

$$\text{mcd}(21,28)$$

$$\text{mcd}(24,32)$$

$$\text{mcd}(3,6,9)$$

$$\text{mcd}(7,14,21)$$

$$\text{mcd}(18,27,36)$$

$$\text{mcd}(24,36,72)$$

$$\text{mcd}(30,42,54)$$

$$\text{mcd}(16,24,40)$$

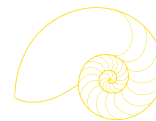
$$\text{mcd}(22,33,44)$$

$$\text{mcd}(20,28,36,40)$$

$$\text{mcd}(15,20,30,60)$$

$$\text{mcd}(28,42,56,70)$$

$$\text{mcd}(32,48,64,80)$$



Método 2. Descomponiendo en factores primos

Para hallar el máximo común divisor, descomponiendo en factores primos, se realizan los siguientes pasos:

1. Se descompone cada número en factores primos.
2. Se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente.
3. Se realiza la multiplicación de esos factores comunes. El producto es el máximo común divisor de los números.



Ejemplos

1. Hallar $mcd(18,24)$

Se descompone cada número en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3^2 \quad 24 = 2^3 \cdot 3$$

Se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente, esto es 2 y 3.

Se realiza la multiplicación de esos factores comunes. Por lo tanto:

$$mcd(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

2. Hallar $mcd(60,100,120)$

Se descompone cada número en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 100 = 2^2 \cdot 5^2 \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente, esto es 2^2 y 5.

Se realiza la multiplicación de esos factores comunes. Por lo tanto:

$$mcd(60, 100, 120) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$$

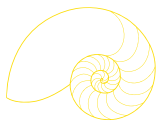


Videos Explicativos

Puedes ver la explicación de estos ejemplos en:

<https://youtu.be/-I7G-PNL4Sk>





Ejercicios

Resuelva descomponiendo cada número en sus factores primos:

$$\text{mcd}(20,80)$$

$$\text{mcd}(464,812,870)$$

$$\text{mcd}(144,520)$$

$$\text{mcd}(171,324,513)$$

$$\text{mcd}(345,850)$$

$$\text{mcd}(56,84,140)$$

$$\text{mcd}(40,200)$$

$$\text{mcd}(120,300,360)$$

$$\text{mcd}(48,72)$$

$$\text{mcd}(204,510,459)$$

$$\text{mcd}(60,210)$$

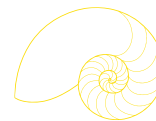
$$\text{mcd}(54,76,114,234)$$

$$\text{mcd}(33,77,121)$$

$$\text{mcd}(320,450,560,600)$$

$$\text{mcd}(425,800,950)$$

$$\text{mcd}(400,500,350,250)$$



Problemas de aplicación

El MCD se utiliza cuando el problema implica dividir cantidades en partes iguales lo más grandes posible, sin que sobre nada. Algunas claves para reconocerlo:

- Quieres hacer grupos iguales sin que sobre nada.
- Buscas el mayor número posible.
- El problema trata de dividir, no de juntar.
- Se puede expresar como ¿Cuál es el mayor número que divide a...?



Ejemplos

1. Daniel quiere dividir una cartulina de 40 cm de largo y 30 cm de ancho en cuadrados con la mayor área posible, sin que sobre cartulina. ¿Cuánto debe medir el lado de cada cuadrado?

Para encontrar la medida del lado de cada cuadrado se halla $mcd(30,40)$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$mcd(30,40) = 2 \cdot 5 = 10$$

Por tanto, el lado de cada cuadrado debe medir **10 cm**. Así tendrá cuadrados con la mayor área posible sin que sobre cartulina.

2. Una profesora imparte dos cursos: uno con 48 alumnos y otro con 36 alumnos. Quiere distribuir a los alumnos en grupos iguales en cada curso y, además, que los grupos sean lo más numerosos posibles.

a. ¿Cuántos alumnos tendrá cada grupo en ambos cursos?

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 48 = 2^4 \cdot 3$$

$$mcd(36,48) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

Cada grupo tendrá **12** alumnos.

b. ¿Cuántos grupos tendrá en cada curso?

En el curso de 36 alumnos tendrá **3** grupos, porque $36 \div 12 = 3$.

Por su parte, en el curso de 48 alumnos tendrá **4** grupos, porque $48 \div 12 = 4$.

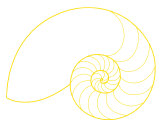


Videos Explicativos

Puedes ver la explicación de estos ejemplos en:

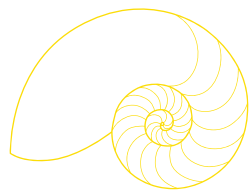
<https://youtu.be/JI3q0TZmJLs>





Ejercicios

1. Dos cintas de **36 m** y **48 m** de longitud se quieren dividir en pedazos iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál será la longitud de cada pedazo?
2. ¿Cuál será la mayor longitud de una medida con la que se puedan medir exactamente tres dimensiones de **140 m**, **560 m** y **800 m** metros?
3. Se tienen tres cajas que contienen **1600 lb**, **2000 lb** y **3392 lb** de jabón respectivamente. El jabón de cada caja está dividido en bloques de la misma masa y la mayor posible. ¿Cuál es la masa de cada bloque y cuántos bloques hay en cada caja?
4. Se quieren envasar **161 kg**, **253 kg** y **207 kg** de plomo en tres cajas, de modo que los bloques de plomo de cada caja tengan la misma masa y la mayor posible. ¿Cuál es la masa de cada pedazo de plomo y cuántos caben en cada caja?
5. Una persona camina un número exacto de pasos andando **650 cm**, **800 cm** y **1000 cm**. ¿Cuál es la mayor longitud posible de cada paso?
6. ¿Cuál es la mayor longitud de una regla con la que se puede medir exactamente el largo y el ancho de una sala que tiene **850 cm** de largo y **595 cm** de ancho?
7. Jazmín tiene una cuerda de **120 cm** de largo y otra de **180 cm** de largo. Quiere cortar ambas cuerdas en segmentos de la misma longitud sin desperdiciar nada. ¿Cuál es la longitud máxima que puede elegir para los segmentos de cuerda?



Aprenamos
Matemáticas

